

РЕФЛЕКСИЯТА – ДВИЖЕЩА СИЛА ЗА РАЗВИТИЕТО НА ЛИЧНОСТТА НА УЧЕНИКА

Добринка Бойкина, Румяна Маврова

РЕЗЮМЕ

Рефлексията в обучението по математика е движеща сила за развитие на личността на ученика, който активен субект в процеса на обучението. Рефлексивните знания и умения създават условия за по-целенасочено осъществяване на обобщение и пренос на по-рано усвоени способности в нови нестандартни ситуации на познавателната дейност. В настоящата статия представяме идея за система от задачи, с която се цели да се разширят и задълбочат знанията на учениците за сравняване на числа, които са зададени чрез логаритмични изрази, както и да се усъвършенстват уменията им в тази насока.

Ключови думи: рефлексия; личност на ученика.

Развитието на човешката мисъл се съпровожда с качествени изменения – човек може да извършва днес това, което вчера не е могъл, т.е. днес е придобил нови знания, умения, качества. За целта трябва да се намери този ключов момент, който обуславя качествено изменение, и начин то да бъде описано. За проявата на този момент допринася феноменът рефлексия.

В последните години рефлексията стана предмет на изследване от редица учени С. Гроздев, М. Георгиева, В. Милушев, В. Василев и много др.

Рефлексията у човека, протичаща на ниво мисъл, може да допринесе за: модифициране на поведението; самосъзнанието на човека да достигне повече свобода относно обкръжаващата го среда; способността да разкрива своите представи и да осъществява техния пренос.

Според Марга Георгиева [2], рефлексията е характеристика не само на теоретичното мислене, но може да бъде и метод за формиране на специални умения за учене и развитие на ученика.

Може да се каже, че рефлексията има важна роля в познанието, т.е. тя е източник на сложни идеи на рационалния опит. Според Джон Дюи тя спомага познавателния процес да се обвързва с приложение на знанията в практиката [1]. Тя е процес – интелектуална процедура и както твърди Лев Виготски, рефлексията се свързва с интелектуалното и личностното развитие на човека.

Затова ние считаме, че рефлексията в обучението по математика се явява движеща сила за развитието на учениковата личност.

В своята дейност субектът (ученика) подлага на съмнение и критичен анализ основанията на собствената си дейност, преразглежда и осмисля както своите знания и отношения, така и своите ценности и чувства. Рефлексията се разгръща в активно комуникативна среда – чрез участие в дискусии, обсъждане и др. дейности [4].

Рефлексивните знания и умения създават условия за по-целенасочено осъществяване на обобщение и пренос на по-рано усвоени способности в нови нестандартни ситуации на познавателната дейност.

Учениците от средното училище още в 5. клас се запознават с определени начини за сравняване на рационални числа (обикновени дроби с еднакви знаменатели, с различни знаменатели; по-рядко и на обикновени дроби с еднакви числители; на десетични дроби), което има съществено значение за по-добро овладяване на други важни теми от учебното съдържание по алгебра и анализ в училище. По-късно, при изучаване на ирационални числа те разширяват и затвърдяват в определена степен знанията си сравняване на реални числа и на алгебрични изрази.

Практиката обаче показва, че в учебното съдържание за трансцендентни изрази почти липсват задачи, с които да продължи преносът на знания, затвърдяването на различните начини за сравняване на такива изрази.

С оглед преодоляване на този и някои други недостатъци от учебното съдържание в горните класове, в настоящата статия представяме идея за система от задачи, с която се цели да се разширят и задълбочат знанията на учениците за сравняване на числа, които са зададени чрез логаритмични изрази, както и да се усъвършенстват уменията им в тази насока. При това, за да може да се осъществява успешен пренос на такива знания и умения, придобивани от учениците още в 5 – 8 клас, е целесъобразно обучението да се организира с използване на рефлексия, проявата на която е свързана със самоанализ, самооценка, самоконтрол на извършваните действия и операции. За да може ученикът съзнателно да пренесе и използва различните идеи за сравняване на числа и изрази, той трябва да осмисли същността им, особеностите на тяхното приложение и едва тогава ще бъде в състояние да ги пренесе в нова ситуация, отчитайки нейните особености.

Задача 1. Да се сравнят числата $\log_7 6$ и $\log_6 7$.

За да се реши тази задача, ученикът трябва да си припомни и използва транзитивното свойство на релацията „<“, т.е., че ако $a < c < b$, то $a < b$. За целта той трябва да съобрази, че дадените числа е уместно да се сравняват с числото 1, т.е. $c = 1$.

Решение:

Отчитайки свойството монотонност на $\log_a x$ при $a > 1$, може да се запише $\log_7 6 < \log_7 7 = 1$ и $\log_6 6 = 1 < \log_6 7$. Тогава $\log_7 6 < 1 < \log_6 7$. Следователно $\log_7 6 < \log_6 7$.

В етапа поглед назад, където се осъществяват рефлексивни действия, се обобщава, че това е един от начините за сравняване на числа, записани чрез логаритми.

Задача 2. Да се сравнят $\log_4 15$ и $\log_{\frac{1}{2}} 0,24$.

Решение:

Тъй като функцията $\log_4 x$ е растяща, то е уместно $\log_4 15$ да се сравни с $\log_4 16$, чиято стойност е известна на ученика, т.е. $\log_4 15 < \log_4 16 = 2$. (1)

Функцията $\log_{\frac{1}{2}} x$ е намаляваща, следователно, разсъждавайки аналитично, може да се запише: $\log_{\frac{1}{2}} 0,24 > \log_{\frac{1}{2}} 0,25 = 2$. (2)

От (1) и (2) следва, че $\log_4 15 < \log_{\frac{1}{2}} 0,24$.

Задача 3. Да се сравнят числата $\frac{3}{4}$ и $\log_4 3$.

Имайки предвид знака на тези числа и знанията от 5. клас за неправилна и правилна дроб, ученикът може да ги пренесе като използва, че ако $\frac{a}{b} > 1$,

$a > 0, b > 0$, то $a > b$ или ако $\frac{a}{b} < 1, a > 0, b > 0$, то $a < b$.

Решение:

Тъй като $\frac{3}{4} > 0$ и $\log_4 3 > 0$, то образуваме и преработваме частното

$$\frac{\log_4 3}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \log_4 3}{3} = \frac{\log_4 3^4}{3} = \frac{\log_4 81}{3} > 1, \text{ защото } \log_4 3^4 = \log_4 81 > \log_4 64 = 3.$$

Следователно $\log_4 3 > 3$, т.е. $\log_4 3 > \frac{3}{4}$.

И тук в етапа „поглед назад”, в резултат на осъществяване на рефлексивни действия, включващи анализиране, сравнение, синтезиране, ученикът може да направи извод за този начин на сравняване на числа.

За сравняване на числа понякога може да се използва и връзката между средно аритметично и средно геометрично на 2 неотрицателни числа, т.е.

неравенството на Коши, изучавано в 8. клас, а именно: Ако $a \geq 0$, $b \geq 0$ то

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

Задача 4. Да се сравнят $\log_6 5$ и $\log_5 4$.

Решение:

Тъй като $\log_6 5 > 0$ и $\log_5 4 > 0$, то възможни са следните преобразувания

$$\sqrt{\frac{\log_5 4}{\log_6 5}} = \sqrt{\log_5 4 \cdot \log_5 6} \leq \frac{\log_5 4 + \log_5 6}{2} = \frac{1}{2} \log_5 (4 \cdot 6) = \frac{1}{2} \log_5 (5-1)(5+1) = \frac{1}{2} \log_5 (5^2 - 1) < 1$$

защото $\log_5 (5^2 - 1) < \log_5 5^2 = 2$.

$$\text{Тогава } \sqrt{\frac{\log_5 4}{\log_6 5}} < 1 \Leftrightarrow \frac{\log_5 4}{\log_6 5} < 1 \Leftrightarrow \log_5 4 < \log_6 5.$$

За затвърдяване на горната идея за сравняване на положителни числа на учениците се предлага сами да съставят и решат аналогична задача. Такава е следната.

Задача 5. Да се сравнят $\log_{11} 12$ и $\log_{12} 13$.

За разнообразие в системата задачи включваме и задачи за доказване.

Задача 6. Да се докаже, че $\log_2 5$ е ирационално число.

Доказателство:

Един косвен метод за доказване на твърдения, известен на учениците, е метода на отрицанието. Допускаме, че $\log_2 5$ е рационално число, т.е.

$$2 < \log_2 5 = \frac{m}{n}, \text{ където } m, n \in \mathbb{N}, \frac{m}{n} - \text{ несъкратима дроб. Тогава съгласно}$$

определението следва, че $5 = 2^{\frac{m}{n}} \Rightarrow 5^n = 2^m$. При $m, n \in \mathbb{N}$ числото 5^n винаги окончава на 5, а числото 2^m винаги е четно. Значи равенството $5^n = 2^m$ е невъзможно. Следователно $\log_2 5$ не може да бъде рационално число, т.е. $\log_2 5$ е ирационално число.

Задача 7. Да се докаже, че $\log_3 5 + \log_5 3 > 2$.

При тази задача учениците пренасят знания за доказване на неравенства от вида $A > B$, а именно че е уместно да се образува и преобразува разликата $A - B$ с цел да се докаже, че тя е положителна.

Решение:

$$\log_3 5 + \log_5 3 - 2 = \log_3 5 + \frac{1}{\log_3 5} - 2 = \frac{\log_3^2 5 - 2\log_3 5 + 1}{\log_3 5} = \frac{(\log_3 5 - 1)^2}{\log_3 5} > 0 \Rightarrow$$

$$\log_3 5 + \log_5 3 > 2 .$$

Задача 8. Да се сравнят $3\log_5 2$ и $2\log_5 3$.

Решение:

Тъй като числата са представени като степени с показател, съдържащ логаритъм с една и съща основа 5, то е уместно да се логаритмува при основа 5 всяка от степените:

$$\left. \begin{aligned} \log_5 3^{\log_5 2} &= \log_5 2 \cdot \log_5 3 \\ \log_5 2^{\log_5 3} &= \log_5 3 \cdot \log_5 2 \end{aligned} \right\}$$

Следователно $3^{\log_5 2} = 2^{\log_5 3}$.

Както се вижда от предложената система от задачи и техните обучаващи решения, при реализирането ѝ в обучението по математика се осигуряват възможности за пренос на знания и идеи, с които учениците са запознавани постепенно в продължение на няколко учебни години за решаване на задачи. При това такъв осъзнат пренос се осъществява благодарение използването на рефлексия. При решаването на тези задачи учениците трябва непрекъснато да се насочват към това да се „вглеждат” в собствените си действия в процеса на учебната работа. За постигане на тази цел е необходимо:

- да се анализират и коментират основанията за избрания начин за решаване на задачата още преди да се пристъпи към осъществяването му;
- да се изясни към кой тип принадлежат задачите, до колко сходни или различни са начините за решаването им;
- има ли и други начини за решаване на всяка от задачите и на какво се основават те;
- да се приучат учениците чрез упражнения да придружават с коментар и анализ на глас хода на осъщественото решение – така ще се формират умения за рефлексивен самоконтрол и взаимен контрол.

Именно самооценката и самоконтролът на ученика съдействат, от една страна, той в най-голяма степен да осмисли наличните, а дори и току-що актуализирани знания и умения за различните начини за сравняване на числа и изрази при познати ситуации, а от друга, отчитайки особеностите на новата ситуация, успешно да направи пренос в нея на определен конкретен начин за сравняване на числа или доказване на неравенства. По такъв начин, използването на рефлексията в обучението по математика, в частност при конкретната разглеждана тема, се явява движеща сила за развитие на личността на ученика – активен субект в процеса на обучението.

ЛИТЕРАТУРА

DEWEY JOHN ДЬЮИ, Psychology and Pedagogics in Thinking. /Russian edition N. M. Nikolovski/ Under the reduction of N.D. Vinogradova, M., Sovershenstvo, 1997, p. 324. (in Russian)

GEORGIEVA, M. Reflexion in Education in Mathematics (V-VI class). V. Tarnovo, 2001, 199 p. (in Bulgarian)

GROZDEV, S. For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice). Sofia, 2007, 295 p.

MEZEROW J. et al (1991) Fostering Critical Reflection in Adulthood: a Guide to Transformative and Emancipatory Learning. San Francisco: Jossey-Boss.

MILLOUSHEV, V. B. *Reflexion and the Reflexive Approach in Teaching Mathematics*. – In journal: University of Cherkassy “Bogdan Hmelnytskyi”, Series Pedagogical Science, Issue 143, Cherkassy, Ukraine, pp. 56-59, 2009. (in Russian)

MILLOUSHEV V. B. The Reflective-Synergetic Approach in Education. – In: Scientific Paper Works of Plovdiv University “Paisii Hilendarski”, Vol 45, Book 2 – Methods of Education, pp. 43-53, 2008, (in Bulgarian)

VASILEV, V. Reflexion in Cognition, Self-cognition and Practice. Plovdiv: “Makros”, 2006, 290 p. (in Bulgarian)

Добринка Бойкина
ПУ „Паисий Хилендарски”
e-mail: boikina@uni-plovdiv.bg

Румяна Маврова
ПУ „Паисий Хилендарски”
e-mail: rummav@uni-plovdiv.bg

REFLECTION – A DRIVING MOTIVE FOR THE DEVELOPMENT OF STUDENT’S PERSONALITY

Dobrinka Boykina, Romyana Mavrova

ABSTRACT

Reflection in the education in Mathematics is a driving motive for the development of student’s personality, who is an active subject in the process of education. Reflexive knowledge and abilities make conditions for doing more conscious generalization and transition of known before methods in new non- standard situations. In the present paper we suggest a system of problems, with the help of which, we aim to develop and extend the knowledge of students for comparing numbers, which are given by logarithmic expressions, as well as to improve their abilities in this direction.

Keywords: reflection; student’s personality

Dobrinka Boykina
Plovdiv University „Paisii Hilendarski”
e-mail: boikina@uni-plovdiv.bg

Romyana Mavrova
Plovdiv University „Paisii Hilendarski”
e-mail: rummav@uni-plovdiv.bg