

САВА ГРОЗДЕВ – МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ, УЧЕН–НОВАТОР В ДУХА НА ТРАДИЦИИТЕ

Иван Ганчев

РЕЗЮМЕ

Сава Гроздев е един от най-изтъкнатите български изследователи и преподаватели в областта на математиката, механиката, дидактиката и методиката на обучението по математика. Той е професор, доктор по математика, доктор на педагогическите науки, доктор хонорис кауза, академик на Международната академия на науките за висше образование, забележителен организатор и общественик, ненадминат лектор и пропагандатор на математическото знание, активен генератор на идеи и новатор с развита интуиция за съдържателни теоретични и практически образователни инициативи. Статията съдържа биографични данни и научни приноси на Сава Гроздев. Тя е посветена на неговата 60-годишнина.

Ключови думи: синергетика; рефлексия; моделиране; диференциално уравнение; учене; криви на учене; плато; флукуация; бифуркация; възприемане; досещане; евристика.

За да обоснова поне отчасти посочените в заглавието качества на юбиляра проф. дпн Сава Гроздев, ще си позволя най-напред да припомня някои особености на едно от основните понятия в дидактиката – понятието “знание”. Философите различават няколко вида знание, между които е т. нар. непосредствено знание. Някои от тях го наричат интуитивно знание или интуиция. Математиката се интересува също от интуицията, от инсайта и досещането, от прякото прозрение на истината, т.е. от откриването на обективни връзки без да се използват доказателства. Обосновката и дедукцията често само формализират прозрението с езика на математиката. Вярно е и обратното, защото математиката е мощно средство за проникване в тайните на природата и определено осигурява евристични възможности. Основният въпрос, от който се интересува нашият юбиляр, е как да се подготви прозрението за успешното решаване на задачи. Въпросът е математически, защото става дума за математически задачи, но въпросът е и философски, защото става дума за интуиция, инсайт и евристика. Най-сетне той е педагогически и дидактически, защото става дума за подготовка на хора. Но как стига проф. Гроздев до този основен въпрос?

Всичко тръгва от училище. Той учи в софийската английска гимназия (1964–1969) и в началото математиката не му е приоритетно влечение. Интересува се от литература, пише (и сега продължава) стихове и разкази (някои са публикувани, например в съществуващия тогава в. “Трезвеност”), занимава се активно със спорт (баскетбол и бокс). С юнешеския отбор на Славия стига до трето място на републиканско първенство по баскетбол, а в столично първенство по бокс – до вице-шампион на София. Както повечето ученици-отличници, участва и в олимпиади, в т. ч. и математически. За такива занимания го мотивира учителката му по математика в английската гимназия – Трушка Иларионова. Съпруга на известния професор-математик Николай Стоянов, г-жа Иларионова се отличава със строгост, но и с желание и ентузиазъм да преподава учебното съдържание от гледна точка на висшата математика по терминологията на бележития немски геометър и педагог Феликс Клайн (1849–1925). Всъщност едни от първите прояви на оригинално математическо мислене у Гроздев се появяват още в V клас. На Областния кръг на олимпиадата по математика през 1962 г. в една от задачите се търси дължината на хипотенузата на правоъгълен триъгълник с катети 3 *см* и 4 *см*. Не е ясно какво е било намерението на автора на тази задача, след като теоремата на Питагор не се изучава в V клас, но случаят дава възможност на Гроздев да прояви находчивост. Той начертава правоъгълен триъгълник с дадените дължини на катетите и с линейката измерва дължината на хипотенузата. Правилният отговор 5 *см* е намерен.

Гроздев продължава да участва в олимпиади и през последната година в училище стига до финалния кръг на Националната олимпиада по математика. За най-голяма изненада на самия него получава съобщение, че е сред първенците. Изненада, защото не е от математическа гимназия, не посещава математически школи и заниманията му по математика са самостоятелни. Привилегията за победителите от олимпиади е (тя съществува и сега), че им се дава право за прием в Университета без кандидат-студентски изпит. Новината, че е сред първенците на Националната олимпиада, заварва Гроздев в началото на м. юни, когато със съучениците си се готви за предстоящите изпити. Самият той смята да кандидатства в икономически ВУЗ. Но предоставената привилегия го демобилизира и той зарязва “икономическата” си подготовка. С документа от олимпиадата се записва във Факултета по математика и информатика на СУ “Св. Кл. Охридски”. Годината е 1969 г.

Може да се каже, че Гроздев попада в математиката неосъзнато. Оттук нататък започва осъзнатото. През 1971 г. се провежда Първата балканска олимпиада за студенти и млади изследователи. Току-що завършилият II курс Гроздев е поканен на едномесечна подготовка, която се ръководи от доц. Николай Хаджииванов (сега професор). Следват контролни и Гроздев попада в националния отбор. Заедно с други двама свои съкурсници и научен ръководител доц. Хаджииванов националният отбор на България се представя отлично на Балканиадата в Букурещ, Румъния. Отлично е

представянето и на младите български изследователи Петър Кендеров, Жан Рамаданов, Радослав Павлов, Радостин Иванов, Мирослав Танушев, които заедно с тримата студенти и “корифеите” акад. Любомир Илиев, акад. Боян Петканчин, чл. кор. Георги Брадистилов и доц. Кирил Дочев оформят състава на българската официална делегация за Първата балканиада.

Към постиженията на Гроздев като студент ще спомена и привличането му като демонстратор още от II курс. В рамките на т. нар. “модел”, въведен под ръководството на акад. Любомир Илиев и включващ интеграция на институтите по математика и механика при БАН с тогавашния Факултет по математика и механика при СУ “Св. Кл. Охридски”, учредяване на Единния център по математика и механика (ЕЦММ) и въвеждане на “блоково” обучение – Блок А, Блок В, Блок С, Блок D и Блок D', се утвърди изключително полезна практика показалите съответни качества студенти, наречени демонстратори, да водят упражнения на по-долни курсове в Блок А. Като второкурсник Гроздев е включен в състава на асистентите-демонстратори на доц. Димитър Скордев (сега професор) и ст.н.с. Владимир Чакалов (сега също професор), като в продължение на 4 години до края на V курс той води упражнения по Анализ I и Анализ II.

През 1974 г. Гроздев завършва висше образование с отличие и получава магистърска степен по “Комплексен анализ”. Под ръководството на ст.н.с. Станчо Димиев (сега професор) разработва дипломна работа по равномерно разпределени редици – модерна за времето си тематика, основоположник на която е световно известният немски математик Херман Вейл (1885–1955). Същата година Гроздев е зачислен в редовна докторантура в тогавашния Блок С и през 1980 г. защитава кандидатска дисертация на тема “Конволюционен подход към абстрактни диференциални уравнения в особения случай”. Научните му интереси по това време са към диференциалните уравнения и създаването на алгебрични методи за тяхното решаване. Тематиката е от областта на операционното смятане, обобщените функции и интегралните трансформации. Едно от направленията се базира на понятието “конволюция”. Обобщението на т. нар. Дюамелова конволюция от българския учен чл. кор. Иван Димовски даде възможност да се развият множество операционни смятания по подобие на класическото. Днес в литературата се говори за българска школа по операционно смятане и Гроздев се числи към тази школа. Един от проблемите в споменатото множество операционни смятания, който не съществува в класическото, е алгебричното третиране на т. нар. резонанси. Гроздев успява да разреши проблема в общия случай и да направи реализация при търсене на периодични решения. В литературата се появяват цитирания на т. нар. подход на Гроздев и теорема на Гроздев [1, 2].

През 1979 г. Гроздев постъпва на работа в Института по механика при БАН и започва да се занимава с приложна дейност: роботика, управление и устойчивост на системи тела. Участва в няколко разработки и проекти. През

1984 г. той става водещ организатор на голяма международна конференция по нелинейни колебания. Основания за това са научните резултати на Гроздев в областта на автономните и неавтономните системи. Конференции по нелинейни колебания традиционно се провеждаха на всеки 3 години от световната организация по нелинейни колебания и реализацията на поредно тяхно издание в България беше признание за страната ни и нейния научен потенциал в това направление. През 1984/85 г. Гроздев заминава на едногодишна специализация в Техническия университет в гр. Лил, Франция по тематика, свързана с управлението на работи и системи тела. През 1986 г. се хабилитира и продължава да се занимава с изследвания в областта на математиката, механиката и роботиката. Става ръководител на няколко проекта и участва като изпълнител в други. От този период на научни изследвания в областта на механиката трябва да се спомене статията [3], в която е разработен метод за автономна ориентация на робот в среда с препятствия.

Постепенно научните интереси на Гроздев се насочват към образованието и най-вече към обучението по математика, информатика и механика. Формалната причина е получаването на покана през 1986 г. за участие в създадения през 1976 г. от ст.н.с. Петър Кендеров (сега професор и академик) Екип за извънкласна работа по математика, информатика и математическа лингвистика, който първоначално е към Института по математика и информатика при БАН (както и към бившия ЕЦММ), а понастоящем е към Съюза на математиците в България. Този Екип, чийто ръководител Гроздев става 3 години по-късно и който той ръководи успешно в продължение на 15 години (1989–2004), се занимава с научното обезпечаване на всички олимпиади в България, както и с подготовката на националните отбори за участие в международни олимпиади и състезания по математика. От 1990 г. Гроздев е последователно заместник-ръководител и ръководител на националния отбор за балканските олимпиади, както заместник-ръководител и ръководител на националния отбор за международните олимпиади. В началния период научните му изследвания в областта на педагогиката са на историческа тематика. Те включват статията [4], която е поканен доклад на Двдесетата пролетна конференция на Съюза на математиците в България. В нея е разгледана следната задача: *Даден е куб със страна a . Може ли с линия и пергел да се построи страната на куб с два пъти по-голям обем?* Задачата датира от около V в. пр. н. е. и представлява един от най-известните проблеми (математически и философски) на античността. Едва през 1837 г. френският математик Пиер Вантцел (1814–1848) доказва строго, че построяването е невъзможно. Задачата е интересна с това, че в многовековните опити за решаването ѝ учените са стигали до интересни математически открития. Това е типично за математиката, чиято история познава редица примери, когато конкретни проблеми стават причина за създаване дори на нови математически дисциплини. В работата са разгледани

някои исторически резултати, постигнати в опитите за разрешаване на разглежданата задача. Тук влизат резултати на Хипократ Хиоски, Платон, Аполоний и Филон Александрийски, Хюгенс, Никомед, Диоклес и Нютон. Показано е, че един от основните евристични похвати в математиката е преформулировката, т.е. свеждането на дадена задача до друга. Целта на обзора е запознаване с този похват, който предизвиква вкус към творчески търсения. Приносът на статията е и в подбирането на подходящи исторически факти при мотивацията на подрастващите за изучаване на математика. Използването на историята и забавния елемент е особено полезно при преподаване, защото то подпомага разбирането, а оттам и усвояването. Моля да ми разрешите в този аспект да спомена моята книга “Математически фолклор”, интересът към която подкрепя горната теза. Книгата претърпя няколко издания и намери радушен прием в няколко държави след превод на съответния чужд език, в т.ч. и в Япония, а ново преработено издание и в Казахстан.

В статията [5] на Гроздев е разгледана задачата за построение с линейка и пергел на квадрат, който е равнолицев на даден кръг. Подобно на задачата от споменатата по-горе статия [4], тази задача принадлежи към трите класически проблеми на древногръцката математика. През 1882 г. немският математик Фердинанд Линдеман (1852–1939) доказва, че числото π е трансцендентно, откъдето следва, че разглежданата задача е неразрешима. В работата на Гроздев се разглежда формулировка на задачата за квадратурата на кръга от позицията на съвременната математика, която изглежда така: *Дадени са квадрат и кръг, които са равнолицеви. Да се раздели всяка от фигурите на равен брой непресичащи се подмножества, които по двойки са конгруентни помежду си, т.е. за всяко подмножество на едната фигура съществува единствено подмножество на другата и трансляция или ротация, която преобразува първото подмножество във второто.* За първи път задачата в този си вид е формулирана през 1925 г. от полския математик Алфред Тарски (1902–1983) и е решена положително през 1988 г. от унгарския математик Миклош Ласкович (1948–). Педагогическата роля на статията е да покаже, че доста често в математиката решаването на един проблем поставя редица други, в т. ч. и по-общи. Оттук следва, че мотивите за развитието на математиката, а значи и на творчеството, могат да бъдат както практически, така и чисто вътрешно математически.

Подготовката на националните отбори за участие в международни олимпиади и състезания по математика осмисля едно сложно и трудно дело, което изисква научно осигуряване и специална подготовка на формираните отбори. Става дума за равнище със свои качествени измерения. Освен висока математическа квалификация, подготовката включва и пълноценна психолого-педагогическа и специфично методическа насоченост. Смисълът и задачите, свързани с целите за високи постижения, довежда до появата през 1993 г. на сп. “Математика плюс”, чийто главен редактор от създаването му е

Сава Гроздев. Постепенно Гроздев стига до убеждението, че успешното решаване на една математическа задача (става дума за задачи с повишена трудност) е възможно при осъзнат анализ на ситуацията в задачата, осмисляне на началните данни и целта (това, което се търси), както и целенасочено вариране на явните и скритите свойства на всички елементи в условието. Едва тогава се увеличава шансът за поява на прозрение (инсайт) и намиране на път за решение. Съвременното състояние на науката не дава възможност да се предложи точна рецепта за решаване на задачи и по-конкретно за поява на прозрение. Дори такава рецепта да съществува, познатите средства са недостатъчни за описанието ѝ. Това е въпрос на бъдещето. Реалният процес на евристичната дейност е предмет на психологията и точно неговото описание е истинското предизвикателство. Напротив, различни евристични похвати, които са предмет на евристичната логика, могат да бъдат представени във вид на логически схеми и тяхното изучаване е от значение както за успешното решаване на задачи, така и за трупане на опит в посока на разкриване на тайните на творчеството. Известни са различни евристични похвати. Един от тях е т. нар. структуриране на решението на дадена задача. Следвайки общоприетия принцип в математиката, че всяко доказателство се основава на вече познати факти и съотношения, решението на една задача може да се разглежда като логически свързана последователност от решенията на група задачи, т. нар. задачи-компоненти. Може да прозвучи нескромно, но в интерес на истината и историята ще изтъкна моя принос и множество мои основополагащи публикации в това направление. Решението на всяка задача-компонента представлява последователност от решения на други задачи-компоненти. Процесът може да се продължи в дълбочина, но очевидно той е краен. Изборът на нивото на подробности зависи от този, който решава задачата и по-точно от неговата осведоменост и опит. В резултат на тази идеология се появяват редица статии и на Сава Гроздев.

В подготовките за олимпиади Гроздев и неговите колеги залагат на тезата, че между най-важните и необходими елементи за успешното решаване на една задача са познаването на математически факти, на методи и на апарата на логиката. Познаването означава осигуряване на възможности за ползването на тези елементи до степен на произволност. Разбира се, разнообразието от математически методи е огромно. Тук влизат: интуитивният (директният) метод, методът на доказване чрез опровергаване на отрицанието, методът на математическата индукция, методът на субституциите в алгебрата, методът на барицентричните координати в геометрията, координатният метод, векторният метод, методът на инвариантите и полуинвариантите и много др. Всъщност всяка продуктивна идея може да служи за основа на метод. Съществено е също познаването на логиката не само като средство на обучение, но и като негова цел. Нещо повече, например с помощта на предикатното смятане и използването на квантори могат да се генерират нови задачи, а следователно да се формира

ново знание. Като добър ученик, Гроздев съществено се позовава на мои научни резултати и идеи в това направление. Особено важно е т. нар. “интуитивно обяснение”. В математиката съществува следното противоречие – от една страна е идеята, а от друга е нейното представяне. Силогизмите, на базата на които са построени доказателствата на твърденията и решенията на задачите, скриват оригиналността и неповторимостта. С помощта на силогизмите изложението става съвършено просто и не буди съмнение за верността си, но подобно изложение не показва идеята. Оттук идва необходимостта от интуитивно обяснение, под което се разбира неформално и понякога дори опортюнистично обяснение.

За успешното решаване на задачи от изключително важно значение е динамиката между “декларативните” и “алгоритмичните” знания в смисъл на статията [6] на Гроздев, защото, по оценките на Жан Пиаже, “пълното усвояване настъпва само в процеса на преоткриването”. Тази постановка получава разгърнато психологическо осмисляне, за да се осигури самообучението в неговите математически измерения. Вътре в осмислянето стоят и изпълняват предназначението си поредица категории: “математическо знание”, “математически умения”, “математически способности”, съответно – “подготвеност” и “продуциране”; стоят със специализирания си смисъл категориите “определяване” и “разпределяване” като тип дейност и тип продукт, паметова активност и разнопосочност, отново със съответна типология и математическа осмисленост.

В началото на 2003 г. Гроздев защитава дисертация за присъждане на научната степен “доктор на педагогическите науки” на тема “Теория и практика на подготовката на изявени ученици за участие в олимпиади по математика” (специалност 05.07.03 – методика на обучението по математика). От 2004 г. той е на основна работа в Института по математика и информатика на БАН след спечелен конкурс за ст.н.с. I ст. по методика на обучението по математика. През м. април 2006 г. е избран от СНС по педагогика при ВАК за професор по методика на обучението по математика за нуждите на СУ “Св. Климент Охридски”, а през м. май 2006 г. – за професор по математически анализ от Академичния съвет на Висшето училище по застраховане и финанси. През 2000 г. е награден от ръководството на БАН за успехи в работата с изявени ученици и студенти по повод Световната година на математиката. Гроздев е съавтор на статията [7], която е удостоена с трета награда на конкурс на Европейския математически съюз и е препечатана на френски език в сп. “Gazette des mathematiens”, 105, 2005, 57–64. В периода 2002/2003 г. Гроздев е ръководител на учителски колектив за разработка на дидактическа система от задачи за средното училище, която през 2003 г. печели награда “MERITORIOUS” в международен конкурс на американската организация “Best Practices in Education”.

Един от най-силните периоди в биографията на проф. Гроздев е свързан с постиженията му през 1999–2003 г., когато той е научен ръководител на националния отбор и България печели от световните олимпиади общо 30 медала от 30 възможни: 17 златни, 11 сребърни и 2 бронзови. В отборното класиране за този период България сумарно е на трето място след Китай и Русия. След нас са държави с голям икономически и човешки ресурс: САЩ, Англия, Франция, Германия, Япония, Канада и др. В периода 1994–1998 г., когато Гроздев е научен ръководител на балканския отбор, България печели от балкански олимпиади общи 29 медала от 30 възможни: 16 златни и 13 сребърни, както и 4 отборни титли от 5 възможни.

Настоящото юбилейно честване би било според мен непълно и недостатъчно представително по отношение на мястото и ролята на проф. Гроздев специално за развитието на дидактиката на математиката, ако не се проследи кога и как точно той навлезе в тази наука. Затова в следващите редове ще се спра по-подробно на този въпрос. Една голяма част от дейностите на проф. Гроздев, които го подготвиха за дидактиката на математиката, съм осъществявал и самият аз, поради което моля да бъде разбран правилно и да не бъде обвинен, че по този начин представям себе си. Споменаването на някои факти обаче е необходимо, за да се оцени по достойнство юбиляра. И така идеята, в резултат на реализацията на която проф. Гроздев се включи активно в множеството на дидактиците по математика, се роди по описания по-долу начин.

От литературата и личните контакти, които имах с колеги от бившия Съветски съюз, забелязах, че при решаването на важни проблеми на обучението по математика изключително полезно се оказва участието на видните математици Андрей Николаевич Колмогоров (1903–1987), Алексей Иванович Маркушевич (1908–1979), а преди това и на Александър Яковлевич Хинчин (1894–1959). Тези блестящи математици и техният именно математически стил на мислене влияеше съществено върху ефективното решаване на проблемите на обучението по математика и в средното училище. До подобен извод достигнах и след личното ми запознаване с полския професор Збигнев Семадени (Вице-президент на ICM, Международна организация по математическо образование, в периода 1983–1986 г.), който въпреки че беше специалист по функционален анализ, през 60-те и 70-те години на миналия век се включи активно в модернизацията на обучението по математика в началното училище и детската градина, вършейки изключително оригинална и полезна дейност. Аналогичен извод направих и при запознаването ми с доц. Ян Вишин. Той беше геометър, но ръководеше отбора на Чехословакия на международните олимпиади по математика. Беше ръководител на катедрата по методика на обучението по математика в Карловия университет в Прага. В резултат на активното му участие в подготовката на участници в международните олимпиади се появи изключителната за времето си негова книга “Методика за решаване на

математически задачи” (тези книга е преведена и на български език). Имах възможност да се запозная и с гръцкия колега проф. Атанасиос Гагатцис. От него научих как той се е насочил към проблемите на дидактиката на математиката, когато е отишъл на специализация във Франция. Към списъка на подобни случаи можем да добавим имената на Феликс Клайн (1849–1925) от Германия, немско-холандския математик и педагог Ханс Фройдентал (1905–1990) (роден в Германия и работил в Холандия), Джуро Курепа (1907–1993) от бивша Югославия, белгийския алгебрист и педагог Жорж Папи (1920–) и др. Посочените известни математици са се ориентирали към науката “Дидактика”, но не са се отказвали от чистата математика и са продължавали или продължават да работят успешно и в своите тесни математически области. Имах информация също така и за начина на действие при създаването във Франция в края на 60-те години на миналия век на т. нар. IREM-и. Основните им цели и сега продължават да бъдат свързани с квалификацията на учители, като основната причина за високата им ефективност е привличането в качеството на лектори и обучители на личности с вече оформени и доказани математически възможности.

Всичко това, съчетано с разговорите ми с руския колега Юрий Михайлович Колягин (сега академик) във връзка с успешния му опит да привлече на “фронта на дидактиката на математиката” тогавашния доцент Геннадий Лаврович Луканкин – специалист по комплексен анализ, ме наведе на следната идея. Добре би било, ако и ние в България успеем да привлечем колеги, които вече са се изявили като математици, да се занимават активно с проблемите на науката “Дидактика на математиката”. Споделянето на тази моя идея с някои колеги у нас беше посрещната с песимизъм. Та кой ще си наруши спокойните занимания с математика и ще тръгне към дидактиката, където са необходими активни дейности с ученици, студенти, учители и следователно не са изключени “главоболия”? Но точно в този период, някъде около 1999 г., проф. Запрян Запряннов ми съобщи, че ст.н.с. Сава Гроздев, който работеше с ученици – участници в отбора за международните математически олимпиади, има желание да го приема за разговор по методически проблеми на подготовката на изявени ученици. Първата ни среща не закъсня. Сработихме се от самото начало и сработването беше отлично. Забелязах желанието на колегата Гроздев да внесе ред и научен елемент в подготовката на своите “олимпийци”. Предложих му да помисли за моделиране на процеса на натрупване на умения за решаване на задачи на базата на диференциални уравнения от първи ред. Идеята беше проста, като имах предвид да се използва евентуална аналогия с ефективността ѝ в екологията, където Вито Волтера (1860–1940) [8] е моделирал процеси от животинския и растителния свят с помощта на такива уравнения. Имах и публикация по тези проблеми в съавторство със Сл. Чечев и В. Бакоев [9]. Последваха редица срещи между мен и бъдещия професор – Сава Гроздев. В някои от тях участваше и изтъкнатата българска психолог-педагожка проф. Стоянка Жекова, ученичка на основоположника на родната педагогическа

психология чл. кор. на БАН – проф. Генчо Пиръов (1901–2001). Съпругът на проф. Жекова – Иван Марев, също професор, беше запален от идеите на немския физик-теоретик Херман Хакен (1927–) и на Брюкселската школа на Нобеловия медалист Иля Пригожин (1917–2003) във връзка с набиращата скорост нова интердисциплинарна научна област “синергетика”. Подчертавам интердисциплинарна, защото задълбочените познания на Гроздев не само по математика, но и по механика, устойчивост и управление на системи, му помогнаха да навлезе бързо в синергетиката и да осъзнае възможностите ѝ.

В своите разработки колегата Гроздев използва следната дефиниция на понятието *учене*, дадена от Генчо Пиръов в една от неговите монографии [10, с. 24]: “Ученето представлява онзи психологически и социално неизбежно активен и сложен процес, чрез който индивидът реагира на влиянието на средата, като усъвършенства засегнатите от това влияние психофизически прояви и придобива опит, който може да използва в бъдеще с вещина, за да се справя с всички положения, подобни на тези, при които лицето е било поставено при ученето.”

Ясно е, че нивото на възможностите на един ученик или студент, което Гроздев означава с k в своята монография [11], се променя в процеса на подготовка и самоподготовка, т.е. то зависи от времето t , поради което Гроздев го означава с $k(t)$. Функцията $k(t)$ е мярка за състоянието на системата знания, умения, навици, нагласа, заложи, способности и всички останали компоненти на възможностите на ученика или студента. За променливата величина $k(t)$ се среща и терминът квалификация (например в [12, с. 140]), който в случая е неудачен предвид натоварването се в ежедневието живот негово конкретно и тясно възприемане. В статиите [13, 14] Гроздев предлага динамичен модел за изменението на нивото на възможностите. Да обърнем внимание, че в него функцията $k(t)$ се различава от функциите $K(t)$ и $A(t)$, въведени в статиите [9, 15, 16, 17], където тези функции означават количество знания за момента t .

В известните математически модели на ученето, в т. ч. и непрекъснатите, основна роля играе понятието “средна скорост на усвояване на знания”. Понеже разликата $k(t_2) - k(t_1)$ представлява количеството придобити или загубени възможности за интервала $[t_1; t_2]$, естествено е понятията *средна скорост* и *моментна скорост* да присъстват и в динамичния модел на Гроздев [13, 14]. Нека $P(t)$ е *подготовката*, която се предлага и която се осъществява в интервала $[t_1; t_2]$ с дадена група ученици или студенти. В частност $P(t)$ може да означава и *самоподготовка*, включваща самостоятелно учене, четене на книга, работа в библиотека и т.н. Разглежданията, които прави Гроздев, се отнасят не само за участници в

математически олимпиади, независимо от особеностите на подобни потребители. Функцията $P(t)$ може да включва, но може и да не включва, научно-методически обоснована система от знания с теоретичен и практически характер, както и творческите усилия на преподавателите. Изобщо, в теоретичен аспект няма ограничение за вида и стойностите на $P(t)$. Най-общо казано, $P(t)$ е *външното въздействие*, което е насочено към обучаемия или което обучаемият сам насочва към себе си.

Да предположим за момент, че $P(t)$ е “идеално” въздействие от гледна точка на стандарти, правилна методика и научни характеристики, осигуряване с качествен преподавателски състав и т.н. В случай, че то не се влияе от странични фактори, т.е. от т. нар. *шумове* (под шумове Гроздев разбира моментно психическо състояние, здравословно неразположение, материално положение на ученици и учители, техническа база и др.), то $P(t) = P_0 = const$ за разглеждания интервал. Гроздев нарича самия интервал $[t_1; t_2]$ *етап на учене* или *етап на подготовка*. Ясно е, че $P_0 > 0$. В първо приближение той предполага, че ученето е “наливане” на знания и умения, т.е. че то представлява “пълнене на съд”. Тогава ученето се описва с уравнението $k(t) = P_0 t$, $k(t_1) = k_1$, откъдето $k(t) = k_1 + P_0(t - t_1)$ и $k(t_2) = k_2 + P_0(t_2 - t_1)$. Този резултат показва, че придобиването на опит в резултат на учене е пропорционално на дължината на временния интервал $[t_1; t_2]$. С аналогични пресмятания Гроздев стига до същия извод и в случая, когато подготовката (ученето) се влияе от външни параметри (зависи от времето), т.е. $P = P(t)$. Отново нивото на възможностите се оказва пропорционално на временния интервал и се увеличава при по-голям интервал. Във втория случай това разбира се е така при естественото ограничение $P(t) > 0$. Излиза, че колкото по-голяма е дължината на интервала, толкова повече са натрупаните знания, умения и др. Това обаче не е така, най-малкото поради неоспоримия факт, че всяко учене има неравномерен характер, независимо от това дали става въпрос за перцептивно-моторно учене, за асоциативно или за някакъв друг вид учене. Динамиката на ученето и т. нар. *криви на учене*, изследвани задълбочено от Генчо Пиръв [10] убедително показват, че процесът на заучаване има възходяща посока. Характерното е, че в самото начало възприемането е доста по-бавно. Причината е в необходимостта от приспособяване, а така също в осъзнаване на нови ситуации или нови понятия и техники, ако има такива, и т.н. Възможно е и бързо начално възприемане. То може да се дължи на внезапно прозрение, на липса на неизвестни факти в началото, на силна мотивация и др. Както отбелязва Гроздев, американският психолог Едуард Торндайк (1874–1949) определя началното възприемане като “негативно ускорение”. Независимо от различията в началните скорости и ускорения, във

всички случаи съществува развитие. “Не може да се говори за учене, без да е налице известно развитие на участващите в него процеси. Затова развитието е един от основните белези на ученето”, съгласно Торндайк. Опитите на Г. Пирьов с поставяне на котки в клетка, изследванията му на хора с помощта на проблемните кутии на Декроли, както и редица наблюдения показват, че “от най-нисшите прояви на учене чрез опити и грешки до най-висшите прояви на човешкия дух психическите процеси се развиват по една и съща стълба. По тази стълба се е изкачвал биологическият свят, по нея се очертават и всички душевни прояви, въпреки тяхното разнообразие.” [10]

От направените от Гроздев разглеждания следва, че процесът на учене и подготовка не може да се отъждестява с “пълнене на съд”, откъдето Гроздев заключава, че принципът на суперпозиция е неприложим, т.е. не всичко, което се учи, се научава. Следователно **процесът на учене е нелинеен**. Развитието на психологията, в т. ч. и на математическата психология през последните 30 години, и преди всичко на теорията на обучението, показва, че е погрешно да се абсолютизира ролята на обучаващия. Изключително важно за обучението е участието на самия обучаван. Още през 1885 г. известният немски психолог Херман Ебинхаус (1850–1909), изследвайки паметта на човека, осъществява един доста атрактивен експеримент, в резултат на който се оказва, че у различните индивиди запомнянето и забравянето на редици от думи се подчиняват на един и същ закон. През 80-те години на XX век психолозите доказаха още нещо: усвояването на сложни навици притежава *прагов* характер. В обучението по математика Гроздев отбелязва, че става дума за следното. След определен брой часове активна дейност, при която се решават известно количество задачи и се провеждат практически занимания, обучаваният придобива качествено ново ниво на подготвеност. Ако обаче тази критична точка (*праг*) не бъде премината, то след известно време започва процес на забравяне, при което положеният труд в ученето се оказва напразен. Ситуацията прилича на случая с онзи литературен герой, цитиран от Гроздев, който започнал да чете книга, стигнал до 30 стр. и заспал. На следващия ден започнал книгата отначало, но на 30 стр. отново заспал. Историята се повторила няколко дни. Гроздев прави интересна аналогия и с *паленето на въглища*. Ако въглищата се нагриват, макар и дълго, до не много висока температура, те не се запалват. Същото се наблюдава и при интензивно, но кратковременно нагриване. В случай, че нагриването е подходящо, въглищата се запалват, излъчвайки топлина и светлина. И в ученето е така. Излъчването на “топлина” и “светлина”, което се установява с наличие на високи (или поне достатъчни) резултати по време на контролни и тестове, например преди изпит, е доказателство, че обучаваният (обучаващият се) е преминал критичния праг и ученето е било ефективно. Това са основания, поради които Гроздев определя ученето като типичен нелинеен процес. Освен споменатото запалване на въглища, друг аналог е ядрената реакция (отново посочена от Гроздев). Взривът при ядрената

реакция настъпва само в случай, че е натрупано определено количество критична маса.

Ако се наблюдава графиката на решението на споменатото по-горе диференциално уравнение с променлива дясна част, се забелязва “негативното ускорение” на Горндайк. Причината за неговото проявление е, че началото на кривата е установено чрез изпитване (контролно, тест), което само по себе си предизвиква сериозна мотивация. Най-общият вид на уравнението на Гроздев в случай, че е разрешено спрямо първата производна (скоростта на учене), е следният: $k(t) = F(t, k)$, $k(t_1) = k_1$. Когато функцията $F(t, k)$ е нелинейна, уравнението описва нелинейна динамична система и затова е подходящо да се използва при моделиране на учене. Това е направено в монографията на Гроздев [11], където са разгледани някои приближения на $F(t, k)$. Важно е да се отбележи, че функционалната зависимост $F(t, k)$ отчита активната роля на учещия в процеса на учене.

Разгледаният модел беше приложен от проф. Гроздев при подготовката на отбора по математика за Международната олимпиада през 2003 г. в Япония. Както е добре известно, на нея българският национален отбор за първи път се класира на първо място. Шестимата българи, участници в отбора, завоюваха златни медали. Този успех изглежда окончателно реши проблема за включването на тогава все още ст.н.с. Сава Гроздев, но вече успешно защитил дисертация за доктор на педагогическите науки, в състава на колегията специалисти по науката “Дидактика на математиката”. Да пропомним, че основната цел на синергетиката като система от знания и умения е премахването или ограничаването на хаоса в дейностите. А дидактиката на математиката още от нейното създаване се стреми фактически именно към премахване или ограничаване на хаоса в учебните дейности по математика. Ще се спра малко по-подробно на научните резултати на проф. Гроздев в това направление.

Съвременното схващане за ученето, както за обучението и образованието изобщо, е че става дума за *детерминиран процес*, т.е. за процес с предистория и тази предистория оказва съществено влияние върху самия процес. Оттук не следва, че историята предопределя бъдещето. В продължение на почти два века, повлияна от класическата механика на Нютон, науката е смятала точно обратното. Господствал т. нар. детерминизъм, известен още като *демонът на Лаплас* по името на най-видния изразител на абсурдното от съвременна гледна точка твърдение, че ако в момента t_1 се знае положението и скоростта на всяка частичка от Вселената, то бъдещето може да се предскаже точно по закона на Нютон за произволно $t > t_1$. Оттук следва и философската теза от времето на Лаплас за предопределеността на човешкото развитие, в частност на неговото образование и ниво на подготвеност. Едва в началото на XX век математикът Поанкаре изрича думите: “Детерминизмът е фантазия на

Лаплас.” и по този начин заклеява заблудата на своя сънародник (Пиер Симон Лаплас (1749–1827) и Жюл Анри Поанкаре (1854–1912) са френски учени). Прозрението на Поанкаре се обуславя от няколко съществени наблюдения, едно от които е свързано отново с името на французин – Жак Соломон Адамар (1865–1963). Гроздев цитира Адамар, който забелязал, че за разлика от правоъгълната или кръглата билиардна маса, тази, чиито страни са дълги от окръжности с центрове извън масата, е твърде “чувствителна”. Две много близко разположени топки върху нея, след като бъдат тласнати едновременно в една и съща посока с една и съща начална скорост, започват след няколко удара в стените да се движат по свършено различни траектории. По повод на чувствителността Поанкаре казва: “Може да се случи малки разлики в началните условия да предизвикат големи разлики в крайните явления. Малка грешка в първите ще породи огромна грешка във вторите. Предсказването става невъзможно и тогава ние имаме работа с явление, което се развива по волята на случая.”

Съгласно Гроздев, за да квалифицираме поведението на една нелинейна система като хаотично, трябва да са налице поне следните признаци:

1. Системата да е детерминирана, т.е. да съществува правило, което определя бъдещето ѝ поведение при дадени начални условия.

2. Системата да показва силна чувствителност към началните условия (което я прави по принцип непредсказуема или по-точно с ограничен срок на предсказуемост).

След като установява, че ученето е детерминирано, Гроздев изследва и неговата *чувствителност*. Ако $x(t)$ е обемът на запомнения материал, Гроздев използва класическите експерименти на Х. Ебинхаус, които показват, че $x(t) \approx C_1 - C_2 e^{\alpha t}$, където C_1 и C_2 са константи, а α е *показател за скоростта на възприемане (забравяне)* и $\alpha > 0$. Ако в първо приближение функцията $F(t, k)$ има вида $F(t, k) = F(k) + P$, където $F(k) = \alpha k$ отчита активната роля на учещия в процеса на учене, то

$$k(t) = -\frac{P}{\alpha} + \left(k_1 + \frac{P}{\alpha} \right) e^{\alpha(t-t_1)}.$$

Полученият израз прилича поразително на израза на Ебинхаус. При това единият е изведен експериментално, а другият – чисто теоретично от модела на Гроздев. Върху графиката ясно се вижда онази критична точка, след която върху кривата се появява *плато* и настъпва т. нар. *зона на насищане* (по терминологията на Г. Пирьов). Платото попада в класа на дълготрайните (продължителни) колебания в предложената от Генчо Пирьов класификация на колебанията на кривите на учене. “По-малко или повече продължителна хоризонтална или почти хоризонтална посока на кривата, която се следва от ново по-бързо или по-бавно издигане, се нарича именно плато.” При *краткотрайните колебания* се наблюдават кратки издигания и слизания.

“Тази закономерност се състои в това, че непрекъснатите понижения и издигания са необходим елемент на всяко учене. Всяко издигане е следвано от кратък период на почивка, който пък е подготовка за следващото издигане.” Гроздев защитава тезата, че колебанията (краткотрайни и дълготрайни) се дължат на плавното изменение на т. нар. *управляващи параметри*. Показателят α във функцията на Х. Ебинхаус играе ролята на личностен параметър, а неговият аналог в динамичния модел на Гроздев характеризира решението. Той е пример на управляващ параметър. Различни автори подробно се спират на методиките за експериментално определяне на този параметър. Такава методика е разработена и от Гроздев в [11], върху която тук не се спираме.

Решението на линеаризираното уравнение при фиксирано α е монотонно растяща функция, защото първата ѝ производна (скоростта) е положителна, и в това отношение не се отличава от споменатите по-горе криви на учене на Г. Пиръв. Изобщо, “единствената обща особеност на кривите е, че те показват възходяща посока на всяко учене” (цитатът е на Г. Пиръв [10]). Сравняването на кривата-решение на диференциалното уравнение и кривите на Г. Пиръв от цитираната негова монография показва две различия. Първото различие, според Гроздев, е несъществено. То се дължи на свойството “гладкост”. В единия случай кривата е “гладка”, а в другия не е “гладка” и няма как да е “гладка”, след като е получена от “слепване” на отсечки. Всички криви на Г. Пиръв представляват “начупени линии” (линии, образувани от отсечки), защото са получени експериментално и “роговите точки” (местата на свързване на две отсечки) имат ординати, които са стойности от измерване. Съществено е, че кривите на Гроздев са получени лабораторно (теоретично). Те са непрекъснати модели на процеса на учене за даден временен интервал, докато при Г. Пиръв моделите са дискретни. Основната тенденция (възход на ученето) е налице и това дава основание на Гроздев да определи посоченото различие като несъществено. Друг е въпросът коя крива е по-използваема. В защита на лабораторния подход, Гроздев изтъква следния съществен факт. Един месец преди изпит или отговорно състезание, когато се води интензивна подготовка, не са препоръчителни ежедневни тестове или контролни, с които да се следи как се изменя нивото на подготвеност. А подобно следене е важно. Разбира се, едно или две измервания в процеса на учене са подходящи за проверка на теоретичното изменение на нивото на подготвеност, а така също и за поддържане на “състезателен” (изпитен) тонус.

Второто различие според Гроздев обаче, е съществено. Вече отбелязахме, че кривата от теоретичния модел е получена при фиксирано α . Логичното обяснение за колебанията при кривите на Г. Пиръв е промяна на α -ите. “Всяко ново знание в такъв случай улеснява придобиването на други знания” (цитатът е на Г. Пиръв [10]). Както отбелязва Гроздев, имаме пример на *флуктуация*. Терминът идва от латинското *fluctuatio*, което в преносен

смисъл означава колебание, непостоянство. Флукуацията е типична за нелинейните процеси. В процеса на учене за даден етап на подготовка (учене) ученикът или студентът встъпва с конкретна собствена стойност α . В този момент неговата система от знания, умения, навици, заложби, способности и т.н. е в равновесно положение. Системата обаче, е изключително чувствителна. Най-малката нова информация въздейства върху нея и тя започва да се колебае. Съответното α се променя и това отговаря на колебанията на кривите на учене на Г. Пирьов. Изменението на управляващия параметър α е плавно в посока на нарастване или намаляване, преминаване през изходното положение, отново нарастване или намаляване и т.н. От постоянен, управляващият параметър се превръща в променлив. Променливата е ключова. Тя определя състоянието на системата. Възможно е достигане на друга стойност на α . В такъв случай учещият преминава от едно качествено състояние в друго. Конкретните α_1 , α_2 и т.н. характеризират устойчивите положения на равновесие, докато промеждутъчните стойности характеризират неустойчивите положения на равновесие. Състоянието между две устойчиви положения е състояние на безпорядък (хаос). Но това не е безпорядък в буквалния смисъл на думата. “Много по-близо до природата на хаоса би било той да се нарече организирана и детерминирана случайност (или ред, маскиран като случайност” (цитатът е на Х. Хакен – откривателят на синергетиката). Всъщност чрез хаоса системата “търси” устойчивите състояния и при наличие на благоприятни възможности сменя старото устойчиво състояние с ново, което е от по-висш порядък. Търсенето прилича на лутане, но това лутане е строго обусловено и неизбежно в еволюцията на системата. При това се оказва, че е и полезно.

Гроздев забелязва, че кратковременните колебания на нивото на подготвеност в процеса на учене (подготовка) не променят структурата на това ниво. Те не внасят трайни качествени изменения в системата, която описва нивото на подготвеност. Системата реагира *адаптивно* (измененията са такива, че се стремят към изходното състояние). Типична е аналогията с повишаване на температурата на човешкото тяло при горещо време. Високата температура стимулира процеси, в резултат на които тялото отделя капчици вода чрез кожата. Това води до обратен процес – тялото се охлажда. Примерът, който дава Гроздев, е свързан с действието на т. нар. принцип на Льо Шаталие-Браун (открит от Анри Луис Льо Шаталие (1850–1936) през 1884 г. и обоснован от Карл Фердинанд Браун (1850–1918) три години по-късно). Точната формулировка на принципа гласи: Външното въздействие, което извежда системата от равновесие, поражда в нея процеси, стремящи се да компенсират резултата от това въздействие.

По свършено различен начин стоят нещата с платото. Едно от възможните обяснения на платото според Гроздев е, че то регистрира появата на нова структура. Учещият преминава трайно от едно устойчиво равновесно

положение в друго устойчиво равновесно положение. Всяко устойчиво положение представлява различна структура на нивото на подготвеност. Самите структури определят различни качествени състояния. Не е достатъчно учещият да възприеме едно или няколко нови знания, едно или няколко нови умения, за да смени устойчивото си равновесно положение. Първото изискване е да постигне количествено натрупване в процеса на учене. Но само количествено натрупване също не е достатъчно. За да се получи качествен преход, както изтъква Гроздев, е необходимо възприетото да влезе във взаимодействие със старите знания, умения, навици и т.н., да установи нови връзки и отношения с тях и то точно тези, които характеризират по-висшата структура. Само тогава преминаването от едно устойчиво състояние в друго е трайно.

Преходите на системите от едно устойчиво състояние в друго се описват от *теорията на катастрофите*. За разлика от флукуацията, която е механизъмът, чрез който системата “напипва” възможните състояния, то *катастрофата* е рязко изменение на равновесното състояние. В същото време, както флукуацията, така и катастрофата настъпва при плавно изменение на управляващите параметри. Съществената разлика между двата феномена е, че докато смяната на състоянията не може да се осъществи без флукуация, то катастрофата не е задължително да присъства. Нещо повече, тя може да бъде заобиколена и в резултат да се предоврати рязката промяна, която е нежелателна (заради резкостта). За да изясни тази възможност, Гроздев въвежда понятието *бифуркация* на ученето.

Думата “бифуркация” идва от френското *bifurcation*, което означава раздвоение. Използва се например в географията за означаване на разделянето на една река на два ръкава. В този случай се говори за точка на бифуркация. В точките на бифуркация се провежда избор и започват процеси на друго ниво. Това означава, че пътят на развитие не е единствен, бъдещето е неединствено. Бифуркацията е онова особено място, където е възможно да настъпи раздвояване (разделяне). В процеса на учене това особено място е платото. Причините за платото, а следователно за наличието на бифуркации, намираме у Г. Пиръов. Те могат да бъдат загубване на интерес към работа, погрешни навици при работа, прилагане на лош или неподходящ метод на работа. Към тях Гроздев добавя и споменатите вече шумове. Генчо Пиръов говори и за друга причина, “когато ученето се състои в усвояване на по-сложни и по-организиранни навици”. Като следствие от тази причина настъпва флукуация, която вече беше изяснена. Пиръов я поставя на последно място. Според Гроздев тя е най-важната, защото обуславя развитието. Брайън и Хартър наричат това “йерархия на навиците” и го посочват като главна причина за платото (Уилям Лоу Брайън (1860–1955) и неговия ученик Нобъл Хартър (1858–1907) са американски психолози). Под “главна” авторите вероятно разбират “по-често срещана”. Същественото според Гроздев е не в това дали причината е главна или второстепенна, дали е по-често или по-рядко срещана. Важно е следствието. Само флукуацията създава условия за

еволюция. Последиците от останалите причини са отрицателни. По всичко изглежда, че заради недооценяване, флукуацията е била поставяна на последно място. Гроздев отдава заслуженото на Г. Пиръв [10]: “Във всеки случай, независимо от това, дали на платото на кривата ще гледаме като на подготвителна фаза за по-нататъшен прогрес, или като на указание за някаква критична фаза в процеса на учене, то представлява значителен интерес както за изследвача в областта на приложната психология, така и за учителя, който следи хода на напредването на своите ученици.”

В подкрепа на извода от последния цитат и по-специално на неговата заключителна част, Гроздев посочва един много интересен пример. Той е свързан с Г. А. от Математическата гимназия в гр. Враца, който през учебната 1996/97 година е бил единадесетокласник. Неговата подготвеност правела впечатление, но пропуски в подсистемите съответно на знанията, уменията и нагласата не му давали възможност да покаже необходимите резултати. Подготовката на ученика вървяла по възходяща линия и през споменатата учебна година той “дръпнал” осезателно. Представянето му в наблюдаваните математически олимпиади и състезания се подобрявало и от началото на 1997 г. Г. А. започнал да побеждава двама от златните медалисти от международни олимпиади, които по това време били все още ученици. Основателните очаквания били той също да спечели златен медал от предстоящата през м. юли 1997 г. Международна олимпиада в Аржентина. По време на последния етап на подготовка непосредствено преди олимпиадата през м. юни (по-точно в края на подготовката) ученикът забележимо загубил мотивация и интерес към ученето. Както отбелязва Гроздев, той като че ли “прегорял”. По време на самата олимпиада завоювал сребърен медал, но очакванията били по-високи. Интересни са резултатите му върху шестте задачи: 7, 7, 1, 7, 7, 0. Анализът показва, че върху задачи с номера №№ 1, 2, 4, 5 получените точки са максимално възможните. Задачите с номера №№ 3, 6 обаче изискват изключителна концентрация. Задача № 6 не е подходяща за сравнения, защото и останалите български участници са се представили незадоволително върху нея. Но задача № 3 е била решена отлично от четирима българи, които въпросният ученик превъзхождал. Изследването на кривата на учене в подготвителния етап преди олимпиадата показал, че ученикът е бил попаднал в зоната на насищане (платото), т.е. в точката t_c (критично време). По-късно случаят е използван от Гроздев за потвърждаване на хипотезата, че критичната точка t_c се достига, когато лицето на областта, заградена от кривата на учене върху интервала $[t_1; t_2]$, правата $t = t_c$ и координатните оси, е около 90% от лицето на аналогичната област за интервала $[t_1; +\infty)$. Върху платото на Г. А. се появява точка на бифуркация, от която излизат два “клона”. Единият клон обяснява пълните решения на задачите, за които не се налага толкова силно взаимодействие на елементите (знания, умения, нагласа и др.) от системата на ученика,

описваща нивото му на подготвеност. Напротив, вторият клон е свързан със слабото представяне върху задача № 3. Ако подготовката е била преустановена в точката t_c , щяло е да се създаде възможност за заобикаляне на бифуркацията и очакванията за златен медал евентуално са щели да се реализират.

Ето по този начин проф. С. Гроздев разглежда процеса на учене и подготовка от позициите на синергетиката. Известен е само един пример на синергетичен подход в областта на образованието [12]. Той е свързан с организацията и развитието на висшето образование в Русия. От друга страна е вярно, че: “Светът – такъв, какъвто го познаваме, е възникнал и се е развивал по безкрайната верига на самоорганизационни процеси – от образуването на галактики и звезди до биологичните и социалните структури” (цитатът е от [12]). В образованието, независимо дали става дума за педагогика или психология, за педагогическа психология, за методика или теория на познанието, съществуват редица процеси и явления, чиито вътрешен механизъм е синергетичен. Без съмнение е необходимо разкриване на този механизъм, за да бъде той разбран, изучен и правилно използван. Интердисциплинарният характер на тази млада наука синергетика позволява синергетичен подход и в образованието. Една от принципиалните задачи на синергетиката е да изучава ефективното запазване, преработване и анализиране на големите информационни потоци. Ученето е само един пример. При това, на него Гроздев гледа от позицията на Хакен, който схваща синергетиката в тесен смисъл. Да припомним, че според Хакен самоорганизацията възниква в резултат на кохерентно (свързано), съгласувано поведение на голям брой елементи на съответната система. Не е изключено други процеси в образованието да могат да бъдат изучени с помощта например на т. нар. дисипативни структури, въведени от Брюкселската школа на И. Пригожин, които са резултат на термодинамична неравновесност, или пък с помощта на автовъълновия подход към възникване на самоорганизация. Богатството от проблеми и разнообразието на идеи са големи. Изследванията и съчетаването им са въпрос на бъдещето.

Със своите научни резултати по дидактика на математиката проф. Гроздев постави началото на включването в тази наука на една внушителна група колеги, получили признание и съответно звание или степен в развитието си като специалисти в областта на математиката или информатиката. Те последваха примера на проф. Гроздев. За един сравнително кратък период от около 5 години професори по дидактика на математиката станаха последователно Марга Георгиева, Йордан Табов, Иван Мирчев, Илия Гюдженев, посмъртно Светослав Билчев, Асен Рахнев. Тук не споменавам наскоро получените професорско звание Васил Милушев и Здравко Лалчев, които от началото на своето научно развитие са дидактици. С работата си всеки от изброените колеги внесе съществено нови елементи в дидактиката

на математиката, които могат да бъдат обект на внимание в други изследвания. Ще си позволя да припомня само разработването на идеята за “рефлексията” от проф. Марга Георгиева. Не мога да не отбележа, че всъщност рефлексията, а така също и синергетиката, както изтъкнах по-горе, са били използвани винаги в историческото развитие на дидактиката на математиката, но преди проф. Георгиева и проф. Гроздев това е ставало неосъзнато. Признавам си, казаното важи и за мен. И аз се чувствам като онзи литературен герой, който, след като научил какво е проза и поезия, бил изненадан, че цял живот е говорил в проза без да знае това. Оказва се, че осъзнато използване на идеи от рефлексията и синергетиката повишава съществено ефективността на дидактическите изследвания и то не само в областта на математиката и информатиката, но и в дидактиките на нематематическите дисциплини. Създаденият от проф. Сава Гроздев математически модел е внедрен например в спорта. Той се използва по същество от доц. Цветана Добрева в дисертацията ѝ за научната степен “доктор на педагогическите науки” по научната специалност 05.03.07. – методика на обучението по физкултура.

През последните години осъзнато използване на идеи от синергетиката и рефлексията в дидактиката на математиката постепенно се превърна едва ли не в задължителна норма и изискване. Постиженията на посочените по-горе колеги стимулираха научните изследвания и на учени, които от началото на своята дейност се изявяваха предимно като дидактици и които успяха да повишат качествено резултатите си, а някои от тях и се хабилитираха. Така в България се получи един внушителен дидактически екип по математика, в който вече фигурират 10 професори (единият за съжаление почина). Това е сериозен кадрови потенциал, с какъвто могат да се похвалят малко страни в света. И тук се откроява ролята на проф. Гроздев както по отношение на примера, който той даде в съдържателен научен план, така и по формални административни причини. Защото като член на СНС по педагогика при ВАК, а след това и като председател на СНС по теория и методология на преподаването и обучението по естествени науки и математика, проф. Гроздев защити всички тези колеги, а на 7 от новите професори той беше и официален рецензент. Така, че според мен два са най-съществените приноси на юбилея за дидактиката на математиката: пренасянето на идеи от синергетиката и “повеждане на хорото” спрямо оформили се вече специалисти в конкретна математическа област, които бяха спечелени за научната област “Дидактика на математиката”. И докато вторият от тези приноси е свързан преди всичко с българската дидактика, то първият има пряко отношение към развитието и на световната в положителна посока. Както се вижда от изложението, в дидактическите си изследвания проф. Сава Гроздев използва изключително сложни научни постановки, които надхвърляха, а и сега надхвърлят моите лични дидактически знания и умения. По-горе аз заявих нескромно, че заедно с проф. Стоянка Жекова сме помагали на Гроздев. По-късно, когато Гроздев стана доктор на науките и

професор по дидактика на математиката, като ще си позволя отново да проявя една ли не самохвалство, вече заедно с него, както и с проф. Марга Георгиева, помагахме на споменатите колеги, които станаха професори. Това доведе до факта, че вместо фронтът на професорите у нас по дидактика на математиката да се увеличи на трима-четирима, както аз си мислех първоначално, той нарастна на 10. В тази връзка ми е особено приятно да спомена специално един от тях – Асен Рахнев, който стана първият професор в България по дидактика на информатиката и информационните технологии. Казанато за случая на подпомагане в съдържателно отношение, а не с ходатайство, ме навежда на мисълта, че идеята на известния съветски психолог Л. С. Виготски (1896–1934) за ролята на работата с помощ (в зоната на близкото развитие) важи за всички възрасти, а не само при децата, както обикновено негласно се приема.

Не може да не споменем и внушителната бройка от 13 докторанти на проф. Гроздев, петима от които са вече със защитени дисертации. За всичко това дължим благодарност от сърце на юбиляра! Неговата роля за развитието на дидактиката на математиката в България и утвърждаването ѝ като научна област се увеличава многократно от обстоятелството, че проф. Гроздев владее отлично английски, френски и руски език. Това му позволява да осъществява широки научни контакти с колеги дидактици от различни страни: Франция, САЩ, Русия, Япония, Гърция, Кипър, Казахстан, Грузия и др. По този начин чрез него или с неговата активна помощ българската дидактика на математиката все по-убедително се представя пред света от една страна и ползва световния опит от друга.

В числа научната, преподавателската и организационната дейност на проф. Гроздев включва 21 изследователски проекта: 5 международни и 16 национални; 17 лекционни курса в 6 български университета; 18 книги, включително учебници и учебни помагала; над 250 публикации, от които 200 с педагогическа насоченост; около 250 цитирания, от които повече от 40 от чужди автори; повече от 20 рецензии в специализирани научни съвети и комисии при ВАК; огромна редакторска дейност; участия в редколегиите на 2 международни, 3 чуждестранни и 4 български списания, както и на 14 други издания; участия в 43 организационни и програмни комитета, от които 23 международни; множество участия в научни съвети и научни експертни комисии; членство в 5 международни (от които 3 изборни), 2 чуждестранни и 5 национални научни асоциации, федерации, дружества и др. с образователна насоченост; председателство и участие в редица национални комисии към Министерството на образование, младежта и науката, и т.н. Огромната дейност е оценена по достойнство. Проф. Гроздев е носител на 3 международни, 5 чуждестранни и 8 национални награди и отличия: доктор хонорис кауза на Русенски университет – 2009 г., действителен член на IHEAS (Международна академия на науките за висше образование – от юни 2008 г., годишна награда на Съюза на учените за високи научни постижения

(2008 г.) за неговата монография [11], орден “Св. Кирил и Методий” I степен – 2007 г., почетен професор на Югозападен университет – 2006 г., почетен знак на БАН (2003 г.), почетен знак на Президента на Република България (Постановление на Президента от 24.07.2003 г.), юбилеен медал на Латвийското математическо общество (2003 г.), почетен знак на Общински съвет – гр. София (2003 г.), годишна награда за 2008 г. на Фондация “М. Балкански” за изключителни и трайни постижения в областта на науката и образованието.

В заключение искам да подчертая, че с цялостната си дейност проф. Сава Гроздев се изявява като забележителен новатор и генератор на идеи. При това той дълбоко уважава традициите и се позовава на тях. Именно затова си позволих на места да изтъкна мои постижения и резултати, за да стане още по-ясна връзката между миналото, настоящето и бъдещето. Чувствам се спокоен. Предавам щафетата в едни здрави и работливи ръце, които се управляват от една умна глава.

ЛИТЕРАТУРА

1. KURJAKIN, V. (1984) *Operational Calculus, New Foreign Books, A Series: Mathematics, Mechanics, Astronomy, Physics, Geophysics, Chemistry, Geology*. Moscow: Mir, pp. 23–25. (In Russian)
2. DIMOVSKI, I. (1982) *Convolutional Calculus*. Sofia : BAS.
3. GROZDEV, S. & SIRAKOV, N. (1993) Combinatorial approach to plane figure modelling. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 3, pp. 36–44.
4. GROZDEV, S. (1991) On cube duplication. *Mathematics and Mathematical Education*, Sofia: UBM, pp. 104–113. (in Bulgarian)
5. GROZDEV, S. (1996) 2000 years with circle squaring. *Mathematics Plus*, 3–4, pp. 51–56. (In Bulgarian)
6. GROZDEV, S. (2003) Modelling and control of outstanding students' possibilities in problem solving. *Pedagogy*, 1, pp. 58–74. (In Bulgarian)
7. GROZDEV, S., DERZHANSKI, I. & SENDOVA, E. (2001) For those who think that Mathematics is “dry”. *Diary*, 238. (In Bulgarian)
8. VOLTERRA, V. (1931) *Lecons sur la Theorie Mathematiques de la Lute pour la Vie*. Paris : Gauthier–Villars et C^{ie}. (In French)
9. GANCHEV, I., CHECHEV, S. & BAKOEV, V. (1991) Some aspects of teaching process by mathematical methods and models. *Teaching in Mathematics and Informatics*, 4, pp. 1–11. (In Bulgarian)
10. PIRYOV, G. (2000) *Problems of Cognitive Psychology*. Sofia: BAS. (In Bulgarian)
11. GROZDEV, S. (2007) *For High Achievements in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice)*. Sofia: ADE, pp. 1–295.

12. KAPITZA, S., KURDIUMOV, S. & MALINETSKII, G. (2001) *Synergetics and Prognostics of Future*. Moscow: URSS. (In Russian)
13. GROZDEV, S. (2002) Mathematical modelling of educational process. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1, pp. 85–90.
14. GROZDEV, S. (2002) Synergetics of Learning. *Pedagogy*, 7, pp. 3–23. (In Bulgarian)
15. RAGGETT, G., HEMPSON, P. & JUKES, K. (1981) A student related optimal control problem. *Bull. Inst. Math. Appl.*, 17, pp. 133–136.
16. KLAMKIN, M. (1985) Mathematical Modelling: A student optimal control problem and extensions. *Math. Modelling*, 6, pp. 49–64.
17. DONCHEV, A. (1988) Mathematical Modelling: How to prepare our exam. *Teaching in Mathematics and Informatics*, 2, pp. 11–16. (In Bulgarian)

Иван Ганчев
професор, доктор на науките
Югозападен университет, Благоевград
e-mail: gantchev@fmi.uni-sofia.bg

SAVA GROZDEV – MATHEMATICIANS AND PEDAGOGUE, SCIENTIST–INNOVATOR IN THE SPIRIT OF TRADITIONS

Ivan Ganchev

ABSTRACT

Sava Grozdev is one of the most outstanding Bulgarian researchers in the field of Mathematics, Mechanics, Didactics and Mathematical Education. He is professor, PhD in Mathematics, Doctor of Pedagogical Sciences, Doctor Honoris Causa, Academician of the International High Education Academy of Sciences, remarkable organiser and public person, beloved lecturer and disseminator of mathematical knowledge, active generator of ideas and innovator with an emphasised intuition for beneficial theoretical and practical educational initiatives. The paper contains main biographical details and scientific contributions of Sava Grozdev. It is dedicated to his 60-anniversary.

Ivan Ganchev
Professor, Doctor of Sciences
South West University, Blagoevgrad
e-mail: gantchev@fmi.uni-sofia.bg