

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ“  
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 04.07.2018 г.

ВАРИАНТ 3

Част I. Зачертайте със символа X буквата на единствения верен отговор на задачи 1–12. Поправка се допуска само чрез X. За всеки верен отговор: 1 точка, в останалите случаи: 0 точки.

1. Стойността на израза  $\sqrt{\frac{5a}{a^2+1} - \frac{3}{a-1}}$  за  $a = \frac{1}{2}$  е:

- A)  $\sqrt{2}$                       Б) 2                      В) 0                      Г)  $2\sqrt{2}$ .

2. Ако  $x_1$  и  $x_2$  са корените на уравнението  $2x^2 - 5x = 3$ , то числата  $y_1 = 2x_1$  и  $y_2 = 2x_2$  са корени на:

- A)  $y^2 - 5y - 6 = 0$       Б)  $y^2 + 5y - 6 = 0$       В)  $y^2 - 5y - 12 = 0$       Г)  $2y^2 - 5y - 6 = 0$ .

3. Корените на уравнението  $(x^2 - 6x + 8)\sqrt{3x - 9} = 0$  са:

- A) 2, 3 и 4                      Б) 2 и 3                      В) 3 и 4                      Г) 2.

4. Стойностите на  $x$ , за които е дефиниран изразът  $\log_x(x^2 - 2x)$ , са:

- A)  $x \in [2; +\infty)$                       Б)  $x \in (2; +\infty)$                       В)  $x \in (1; +\infty)$                       Г)  $x \in (1; 2)$ .

5. Коренът на уравнението  $9^{x+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3(x-2)}$  е:

- A) 1                      Б) -1                      В) 0                      Г) 2.

6. Стойностите на реалния параметър  $p$ , за които уравнението  $x^2 + 4x + p^2 = 0$  има реални корени, са:

- A)  $p \in (-\infty; -2]$                       Б)  $p \in (-\infty; +\infty)$                       В)  $p \in [-2; 2]$                       Г)  $p \in (2; +\infty)$ .

7. Броят на реалните решения на уравнението  $x^2 + 7 = -\frac{10}{x^2}$  е:

- A) четири                      Б) три                      В) две                      Г) нула.

8. Ако  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , то стойността на израза  $6\cot \alpha - 12\operatorname{tg} \alpha$  е:

- A) -17                      Б) 1                      В) -4                      Г) -1.

9. Големините на ъглите на правоъгълен триъгълник са последователни членове на аритметична прогресия. Ако дължината на хипотенузата на триъгълника е 12 cm, то лицето на триъгълника е:

- A)  $36\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>                      Б) 18 cm<sup>2</sup>                      В)  $18\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>                      Г)  $16\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

10. Един от ъглите на ромб е  $135^\circ$ , а височината му е 5 cm. Периметърът на ромба е:

- А)  $20\sqrt{2}$  cm      Б) 20 cm      В)  $20\sqrt{3}$  cm      Г)  $20(\sqrt{2} - 1)$  cm.

11. В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) са построени ъглополовящата  $AL$  ( $L \in BC$ ) и височината  $CH$  ( $H \in AB$ ). Ако  $BL : CL = 1 : 2$  и  $O$  е центърът на вписаната в  $\triangle ABC$  окръжност, то отношението  $CO : OH$  е

- А) 4 : 3      Б) 4 : 1      В) 3 : 2      Г) 3 : 1.

12. В равнобедрен трапец може да се впише окръжност. Ако дължините на основите на трапеца са 18 cm и 8 cm, то лицето на трапеца е:

- А)  $100 \text{ cm}^2$       Б)  $312 \text{ cm}^2$       В)  $78 \text{ cm}^2$       Г)  $156 \text{ cm}^2$ .

**Част II. Отговорите на задачи 13–17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате 2 точки, иначе: 0 точки.**

13. Корените на уравнението  $\sqrt{2x - 8} + x = 8$  са

14. Три числа са последователни членове на растяща геометрична прогресия. Ако сумата им е 21, а произведението им е 216, то най-голямото от числата е

15. Дължините на медианите към катетите на правоъгълен триъгълник са 5 и  $2\sqrt{10}$ . Дължината на хипотенузата на триъгълника е

16. В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) е вписана окръжност, която се допира до страната  $AC$  в точка  $D$ , като  $AD = 6$  и  $CD = 4$ . Радиусът на вписаната в  $\triangle ABC$  окръжност е

17. Основите на равнобедрен трапец са с дължини 21 и 9, а дължината на бедрото му е 10. Радиусът на описаната около трапеца окръжност е

**Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18–20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.**

18. Намерете корените на уравнението  $\frac{16}{2^x + 16} - \frac{2}{2 - 2^x} = 1$ .

19. Намерете стойностите на реалния параметър  $k$ , за които уравнението  $x^2 + (k - 2)x + 2k + 1 = 0$  има два различни реални корена  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяващи неравенството  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > \frac{1}{2}$ .

20. В  $\triangle ABC$  медианата  $AM$  ( $M \in BC$ ) и ъглополовящата  $CL$  ( $L \in AB$ ) се пресичат под прав ъгъл. Ако  $AC = 4$  и периметърът на  $\triangle ABC$  е 18, то намерете дължината на  $CL$ .

**Пожелаваме Ви успешно представяне!**