

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
КОНКУРСЕН ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 09.07.2013 г.

ТЕМА 1

Част I. Зачертайте със символа X буквата на единствения верен отговор на задачи 1–12. Поправка се допуска само чрез X. За всеки верен отговор: 1 точка, иначе: 0 точки.

1. Кое от следните числа е най-голямо?

- A) $64^{\frac{1}{2}}$ Б) $\log_2 4^2$ В) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}$ Г) $2^4 + 2$.

2. Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 + x - 6 = 0$, то стойността на израза $x_1 + x_2 - 2x_1x_2$ е:

- A) -11 Б) -13 В) 13 Г) 11 .

3. Корените на уравнението $|x - 2| - 2x = 1$ са:

- A) $-3, \frac{1}{3}$ Б) -3 В) $\frac{1}{3}$ Г) $-\frac{1}{3}$.

4. Стойностите на x , за които е дефиниран изразът $\sqrt{x^2 - 4} + \log_2(16 - x^2)$, са:

- A) $x \in (-4; -2] \cup [2; 4)$ Б) $x \in (-4; 4)$
В) $x \in (-2; 2)$ Г) $x \in (-4; -2) \cup (2; 4)$.

5. Решенията на неравенството $4^{x-2-x^2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2}$ са:

- A) $x \in (-\infty; 2)$ Б) $x \in (2; +\infty)$ В) $x \in (-2; +\infty)$ Г) $x \in (-\infty; -2)$.

6. Корените на уравнението $\sqrt{x + 8} = x + 2$ са:

- A) -4 Б) $-1, 4$ В) $-4, 1$ Г) 1 .

7. Сумата на третия и седмия член на аритметична прогресия е равна на 20. Сумата на първите девет члена на тази прогресия е:

- A) 90 Б) 180 В) 120 Г) 100.

8. Ако $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, то стойността на израза $5 \operatorname{tg} \alpha - 39 \cos \alpha$ е:

- A) -3 Б) 3 В) 27 Г) 0 .

9. Медианата към хипотенузата на правоъгълен триъгълник и единият му катет имат равни дължини. Ако другият катет е с дължина $2\sqrt{3}$, лицето на триъгълника е:

- A) 2 Б) $4\sqrt{3}$ В) $3\sqrt{3}$ Г) $2\sqrt{3}$.

10. В $\triangle ABC$ с периметър 25 cm ъглополовящата през върха A разделя страна BC на отсечки с дължини 4 cm и 6 cm. Дължината на най-малката страна на $\triangle ABC$ е:

- А) 4 cm Б) 9 cm В) 6 cm Г) 10 cm.

11. Диагоналите на ромб имат дължини 16 и 12. Дължината на височината на ромба е:

- А) $\frac{48}{5}$ Б) $\frac{24}{5}$ В) $\frac{14}{25}$ Г) $\frac{125}{12}$.

12. В равнобедрен трапец с лице 125 cm^2 може да се впише окръжност. Ако дължините на основите на трапеца се отнасят както 4:1, дължината на радиуса на вписаната окръжност е:

- А) 10 cm Б) 5 cm В) 2.5 cm Г) 4 cm.

Част II. Отговорите на задачи 13–17 попълнете в съответните празни рамки. За верен отговор: 2 точки, иначе: 0 точки.

13. Произведението на най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$ в интервала $[-1; 2]$ е равно на .

14. Корените на уравнението $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$ са .

15. Лицето на трапец с дължини на основите 12 и 4 и дължини на бедрата 5 и 7 е .

16. В равнобедрен триъгълник дължината на височината към основата е 10, а дължината на височината към бедрото е 12. Дължината на основата на триъгълника е .

17. В $\triangle ABC$ с $\sphericalangle BAC = 120^\circ$ е вписана окръжност, която се допира до страната AB в точка M . Ако $AM = 2$, $BM = 10$, то радиусът на описаната около триъгълника окръжност е .

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18–20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Намерете корените на уравнението $\log_2(4 - x^2) - \log_2\left(x + \frac{1}{2}\right) = 1$.

19. Намерете стойностите на реалния параметър k , за които уравнението $(k - 1)x^2 - 2(k + 3)x + 2k = 0$ има два различни реални корена с еднакви знаци.

20. Четириъгълникът $ABCD$ е вписан в окръжност, на която диагоналът му AC е диаметър. Ако $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = \sqrt{5}$ и $\sphericalangle DAC = 2\sphericalangle BAC$, намерете дължината на диагонала BD .

Пожелаваме Ви успешно представяне!